


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ЛУГАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ ВЛАДИМИРА ДАЛЯ»

Факультет компьютерных систем и информационных технологий  
Кафедра прикладной математики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета компьютерных систем и информационных технологий  
Кочевский А. А.  
» \_\_\_\_\_ 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ  
«Случайные процессы»

по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика  
магистерская программа «Математическое моделирование сложных систем»

Луганск – 2023

## Лист согласования РПУД

Рабочая программа учебной дисциплины «Случайные процессы» по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика. – 12 с.

Рабочая программа учебной дисциплины «Случайные процессы» составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018 года № 13 (с изменениями и дополнениями), зарегистрированного в Министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018 года за № 49939, учебного плана по направлению подготовки 01.04.02 Прикладная математика и информатика, (магистерская программа «Математическое моделирование сложных систем») и Положения о рабочей программе учебной дисциплины в ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля».

### СОСТАВИТЕЛЬ

канд. техн. наук, доцент, профессор кафедры прикладной математики Таращанский М. Т.

Рабочая программа дисциплины утверждена на заседании кафедры прикладной математики

18 апреля 2023 г., протокол № 10

Заведующий кафедрой прикладной математики \_\_\_\_\_ Малый В. В.

Переутверждена: «\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г., протокол № \_\_\_\_\_

Согласована:

Декан факультета ~~компьютерных систем и информационных технологий~~ \_\_\_\_\_ Кочевский А. А.

Рекомендована на заседании учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий

19 апреля 2023 г., протокол № 8

Председатель учебно-методической комиссии факультета компьютерных систем и информационных технологий \_\_\_\_\_ Ветрова Н. Н.

© Таращанский М. Т., 2023 год

© ФГБОУ ВО «ЛГУ им. В. Даля», 2023 год

## Структура и содержание дисциплины

### 1. Цели и задачи дисциплины, ее место в учебном процессе

Цель изучения дисциплины – развитие вероятностного мышления, усвоение терминологии и понятий теории случайных функций, освоение основ теории случайных процессов, статистического описания процессов и систем, линейных преобразований случайных функций, их канонических представлений, широко используемых на практике моделей случайных явлений.

Задачи: развитие логического и абстрактного мышления студентов; овладение студентами методами исследования и решения математических задач, развитие умения проводить анализ прикладных задач.

### 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Случайные процессы» входит в блок дисциплин обязательной части учебного плана.

Содержание дисциплины является логическим продолжением содержания дисциплин: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика» и служит основой для освоения дисциплин: «Математическое моделирование сложных систем», «Математические модели социально-экономических систем», «Математические модели природных систем».

### 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины

Студенты, завершившие изучение дисциплины «Случайные процессы», должны

*знать*: основы и концепции современной теории случайных процессов, направление развития и применения методов теории случайных функций.

*уметь*: применять в научной и производственной деятельности знания, полученные по курсу «Случайные процессы», осуществлять сбор, обработку данных статистических экспериментов, проводить интерпретацию полученных результатов исследования, обращаться к информационным системам (Интернет, справочная и другая математическая литература) для пополнения и уточнения математических знаний.

*владеть навыками*: применения понятийного аппарата и методов функционального анализа для выражения количественных и качественных отношений, математическими методами и алгоритмами в приложениях к техническим наукам.

Перечисленные результаты образования являются основой для формирования следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения основной профессиональной образовательной программы (ОПОП ВО):

общепрофессиональных:

ОПК-1 способен решать актуальные задачи фундаментальной и прикладной математики

профессиональных:

ПК-2 способен активно участвовать в построении и исследовании новых математических моделей в естественных науках и определять возможные области их применения

## 4. Структура и содержание дисциплины

### 4.1. Объем учебной дисциплины и виды учебной работы

Вид учебной работы	Объем часов (з.е.)		
	Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Объем учебной дисциплины (всего)	252 (7 з.е.)	252 (7 з.е.)	-
Обязательная аудиторная учебная нагрузка дисциплины (всего) в том числе:	80	32	-
Лекции	48	16	-
Семинарские занятия	-	-	-
Практические занятия	32	16	-
Лабораторные работы	-	-	-
Курсовая работа (курсовой проект)	-	-	-
Индивидуальное задание	36	36	-
Самостоятельная работа студента (всего)	172	220	-
Форма аттестации	экзамен	экзамен	-

### 4.2. Содержание разделов дисциплины

Тема 1. Общие свойства случайных процессов.

Цель курса, его роль и задачи, решаемые с помощью теории случайных функций. Основные обозначения случайной функции одной переменной (случайные процессы) и нескольких переменных (случайные поля). Сечения и реализации (траектории). Математическое ожидание. Дисперсия. Корреляционная и нормированная корреляционная функции. Взаимная корреляционная и нормированная взаимная корреляционная функции.

Законы распределения и моменты случайной функции одной переменной. Классификация случайных процессов. Основные свойства  $n$  – мерной плотности вероятности. Нормальный процесс. Винеровский процесс. Марковский процесс. Пуассоновский процесс.

Тема 2. Стохастический анализ

Сходимость в среднем порядка  $r$  и сходимость в среднеквадратическом. Непрерывность случайного процесса. Дифференцируемость случайного процесса (необходимые и

достаточные условия). Теоремы о математическом ожидании и корреляционной функции производной. Теорема о взаимной корреляционной функции  $X(t)$  и  $\dot{X}(t)$ . Интегрируемость случайного процесса. Теоремы о математическом ожидании, корреляционной и взаимной корреляционной функции интегралов. Эргодические случайные процессы.

- Тема 3. Стационарные процессы  
 Основные понятия. Случайные процессы, стационарные в узком и широком смысле. Корреляционная, нормированная корреляционная и взаимная корреляционная функции. Корреляционная и взаимная корреляционная функции для производных и для интегралов стационарных случайных процессов
- Тема 4. Модели случайных процессов.  
 Гауссовские случайные процессы и их свойства. Основы теории Марковских процессов. Цепи Маркова с дискретным временем. Классификация состояний. Возвратные и невозвратные состояния. Финальные вероятности. Непрерывные Марковские процессы. Уравнения Колмогорова. Определение вероятности достижения границ.
- Тема 5. Спектральная теория стационарных случайных процессов  
 Спектральное разложение стационарного случайного процесса. Случайные процессы с дискретным спектром. Случайные процессы с непрерывным спектром. Спектральная плотность. Формулы Винера-Хинчина. Импульсная дельта-функция Дирака. Стационарный белый шум. Спектральная плотность линейной комбинации стационарного процесса и его производных. Стационарное решение дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами
- Тема 6. Преобразование стационарных случайных процессов линейными системами.  
 Корреляционные, спектральные соотношения для линейных систем с одним входом и одним выходом. Функции обычной когерентности. Модели с посторонним шумом. Соотношения для линейной системы со многими входами. Определение характеристик систем по наблюдениям входных и выходных процессов. Примеры применения.

### 4.3. Лекции

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1.	Общие свойства случайных процессов.	8	2	-
Тема 2.	Стохастический анализ.	8	2	-

Тема 3.	Стационарные процессы.	8	2	-
Тема 4.	Модели случайных процессов.	8	2	-
Тема 5.	Спектральная теория стационарных случайных процессов	8	4	-
Тема 6	Преобразование стационарных случайных процессов линейными системами.	8	4	-
Итого:		48	16	-

#### 4.4. Практические (семинарские) занятия

№ п/п	Название темы	Объем часов		
		Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1.	Общие свойства случайных процессов.	4	2	-
Тема 2.	Стохастический анализ.	4	2	-
Тема 3.	Стационарные процессы.	6	2	-
Тема 4.	Модели случайных процессов.	6	2	-
Тема 5.	Спектральная теория стационарных случайных процессов	6	4	-
Тема 6	Преобразование стационарных случайных процессов линейными системами.	6	4	-
Итого:		32	16	-

#### 4.5. Лабораторные работы

Не предусмотрены

#### 4.6. Самостоятельная работа студентов

№ п/п	Название темы	Вид СРС	Объем часов		
			Очная форма	Очно-заочная форма	Заочная форма
Тема 1.	Общие свойства случайных процессов.	подготовка к контрольной работе; выполнение курсовой работы; подготовка к экзамену	28	36	-
Тема 2.	Стохастический анализ.	подготовка к контрольной работе; выполнение курсовой работы; подготовка к экзамену	28	36	-
Тема 3.	Стационарные процессы.	подготовка к контрольной работе; выполнение курсовой работы; подготовка к экзамену	28	36	-
Тема 4.	Модели случайных процессов.	подготовка к контрольной работе; выполнение курсовой работы; подготовка к экзамену	28	36	-
Тема 5.	Спектральная теория стационарных случайных процессов	подготовка к контрольной работе; выполнение курсовой работы; подготовка к экзамену	30	36	-

Тема 6	Преобразование стационарных случайных процессов линейными системами.	подготовка к контрольной работе; выполнение курсовой работы; подготовка к экзамену	30	38	-
38Итого:			172	220	-

#### 4.7. Курсовые работы/проекты

*Примерные темы курсовых работ:*

1. Случайные блуждания, броуновское движение, фрактальное броуновское движение (распределения вероятностей разнообразных функционалов, моментов остановки, в частности, моментов выхода на границы).
2. Мартингалы, локальные мартингалы, мартингальные преобразования.
3. Теория и задачи об оптимальных правилах остановки. Связь с задачами Стефана.
4. Марковские модели в теории массового обслуживания. Системы с ограничениями.
5. Предельные вероятности процесса гибели и размножения в стационарном режиме.
6. Преобразование стационарного случайного процесса при его прохождении через линейную динамическую систему.
7. Системы массового обслуживания с отказами.
8. Системы массового обслуживания с ограниченным временем ожидания.
9. Эргодические случайные процессы.
10. Линейные стохастические дифференциальные уравнения.
11. Приоритетные системы массового обслуживания.
12. Системы с многосервисным обслуживанием
13. Системы массового обслуживания с неполным доступом.
14. Модели разорения.
15. Динамика народонаселения.
16. Модели численности популяций.
17. Использование свойства марковости в моделировании временных рядов в экономических исследованиях.
18. Задача выделения сигнала на фоне шума.
19. Курсы ценных бумаг.
20. Задачи прогнозирования случайных процессов.

#### 5. Образовательные технологии

Преподавание дисциплины ведется с применением следующих видов образовательных технологий:

– традиционные объяснительно-иллюстративные технологии, которые обеспечивают доступность учебного материала для большинства студентов,

системность, отработанность организационных форм и привычных методов, относительно малые затраты времени;

– технологии проблемного обучения, направленные на развитие познавательной активности, творческой самостоятельности студентов и предполагающие последовательное и целенаправленное выдвижение перед студентом познавательных задач, разрешение которых позволяет студентам активно усваивать знания (используются поисковые методы; постановка познавательных задач);

– технологии развивающего обучения, позволяющие ориентировать учебный процесс на потенциальные возможности студентов, их реализацию и развитие;

– технологии концентрированного обучения, суть которых состоит в создании максимально близкой к естественным психологическим особенностям человеческого восприятия структуры учебного процесса и которые дают возможность глубокого и системного изучения содержания учебных дисциплин за счет объединения занятий в тематические блоки;

– технологии модульного обучения, дающие возможность обеспечения гибкости процесса обучения, адаптации его к индивидуальным потребностям и особенностям обучающихся (применяются, как правило, при самостоятельном обучении студентов по индивидуальному учебному плану);

– технологии дифференцированного обучения, обеспечивающие возможность создания оптимальных условий для развития интересов и способностей студентов, в том числе и студентов с особыми образовательными потребностями, что позволяет реализовать в культурно-образовательном пространстве университета идею создания равных возможностей для получения образования

– технологии активного (контекстного) обучения, с помощью которых осуществляется моделирование предметного, проблемного и социального содержания будущей профессиональной деятельности студентов (используются активные и интерактивные методы обучения) и т.д.

Максимальная эффективность педагогического процесса достигается путем конструирования оптимального комплекса педагогических технологий и (или) их элементов на личностно-ориентированной, деятельностной, диалогической основе и использования необходимых современных средств обучения.

## **6. Формы контроля освоения дисциплины**

Текущая аттестация студентов производится в дискретные временные интервалы лектором или преподавателем, ведущим практические занятия по дисциплине, в следующих формах:

- фронтальные и индивидуальные опросы;
- контрольные работы;
- защита курсовых работ.

Фонды оценочных средств, включающие типовые индивидуальные задания, контрольные работы, позволяющие оценить результаты текущей и



промежуточной аттестации обучающихся по данной дисциплине, помещаются в приложении к рабочей программе в соответствии с «Положением о фонде оценочных средств».

Промежуточная аттестация по результатам освоения дисциплины проходит в форме письменного экзамена, включающего теоретические вопросы и практические задания. В случае неполного, спорного или некорректного выполнения задания письменного экзамена, допускается уточняющий устный опрос студента, на основании которого возможна корректировка оценки результатов промежуточной аттестации. Допуск к промежуточной аттестации производится на основании положительных результатов по всем формам текущего контроля.

В экзаменационную ведомость и зачетную книжку выставляются оценки по шкале, приведенной в таблице.

Шкала оценивания	Характеристика знания предмета и ответов
отлично (5)	Студент глубоко и в полном объеме владеет программным материалом. Грамотно, исчерпывающе и логично его излагает в устной или письменной форме. При этом знает рекомендованную литературу, проявляет творческий подход в ответах на вопросы и правильно обосновывает принятые решения, хорошо владеет умениями и навыками при выполнении практических задач.
хорошо (4)	Студент знает программный материал, грамотно и по сути излагает его в устной или письменной форме, допуская незначительные неточности в утверждениях, трактовках, определениях и категориях или незначительное количество ошибок. При этом владеет необходимыми умениями и навыками при выполнении практических задач.
удовлетворительно (3)	Студент знает только основной программный материал, допускает неточности, недостаточно четкие формулировки, непоследовательность в ответах, излагаемых в устной или письменной форме. При этом недостаточно владеет умениями и навыками при выполнении практических задач. Допускает до 30% ошибок в излагаемых ответах.
неудовлетворительно (2)	Студент не знает значительной части программного материала. При этом допускает принципиальные ошибки в доказательствах, в трактовке понятий и категорий, проявляет низкую культуру знаний, не владеет основными умениями и навыками при выполнении практических задач. Студент отказывается от ответов на дополнительные вопросы.

## **7. Учебно-методическое и программно-информационное обеспечение дисциплины:**

### **а) основная литература:**

Бекарева Н.Д., Случайные процессы. : учеб. пособие / Бекарева Н.Д. - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. - 127 с. - ISBN 978-5-7782-3042-2 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778230422.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Крупин В.Г., Высшая математика. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы. Сборник задач с решениями : учебное пособие / Крупин В.Г. - М. : Издательский дом МЭИ, 2019. - ISBN 978-5-383-01225-3 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012253.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа : по подписке.

Маталыцкий М.А., Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы : учеб. пособие / М.А. Маталыцкий, Г.А. Хацкевич - Минск : Выш. шк., 2012. - 720 с. - ISBN 978-985-06-2105-4 - Текст : электронный // ЭБС "Консультант студента" : [сайт]. - URL : <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850621054.html> (дата обращения: 02.09.2022). - Режим доступа

Пожидаев В. Ф. Основы случайных процессов [Текст] : учеб. пособие / В. Ф. Пожидаев, Н. Ю. Щестюк, Н. В. Клипаков ; М-во образования и науки Украины, Восточнукр. нац. ун-т им. В. Даля. - Луганск : [Изд-во ВНУ им. В. Даля], 2002. - 112 с.

**б) дополнительная литература:**

Бендат Д. Прикладной анализ случайных данных [Текст] / Д. Бендат, А. Пирсол ; пер. с англ. В. Е. Привальского, А. И. Кочубинского ; под ред. И. Н. Коваленко. - М. : Мир, 1989. - 540 с.

Математическая статистика и случайные процессы. Практикум [Текст] : учеб. пособие / Л. Д. Вишневский [и др.]. - К. : Вища школа, 1992. - 143 с.

Миллер Б. М. Теория случайных процессов в примерах и задачах [Текст] / Б. М. Миллер, А. Р. Панков ; под ред. А. И. Кибзуна. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 320 с.

Пожидаев В. Ф. Математическая статистика, случайные процессы и теория информации в задачах с решениями [Текст] : учеб. пособие / В. Ф. Пожидаев, А. В. Скринникова. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2006. - 312 с.

Пожидаев В. Ф. Теория вероятностей, математическая статистика, случайные процессы и элементы теории информации [Текст] : учеб. пособие / В. Ф. Пожидаев, А. В. Скринникова ; М-во образования и науки Украины, Восточнукр. нац. ун-и им. В. Даля. - Луганск : Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2006. - 406 с.

Прохоров А. В. Задачи по теории вероятностей: Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы [Текст] : учеб. пособие / А. В. Прохоров, В. Г. Ушаков, Н. Г. Ушаков. - М. : Наука, 1986. - 328 с.

Розанов Ю. А. Случайные процессы. Краткий курс [Текст] : учеб. пособие / Ю. А. Розанов. - 2-е изд., перераб. и доп. - М. : Наука, 1979. - 184 с.

Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций [Текст] : учеб. пособие / под ред. А. А. Свешникова. - 2-е изд., доп. - М. : Наука, 1970. - 656 с.

Ширяев А. Н. Вероятность [Текст] : учеб. пособие / А. Н. Ширяев. - М. : Наука, 1980. - 576 с.

**в) методические указания:**

Таращанский М. Т. Теория случайных процессов [Электронный ресурс] : учеб. пособие для студентов III курса / М. Т. Таращанский, Т. Ю. Балицкая. - Луганск : ЛГУ им. В. Даля, 2015. - 102 с.

Методические указания. Справочник по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс] / сост. М. Т. Таращанский. - Луганск : ЛНУ им. В. Даля, 2018. - 81 с.

**г) Интернет-ресурсы:**

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации – <https://minobrnauki.gov.ru/>

Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки – <http://obrnadzor.gov.ru/>

Портал Федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования – <http://fgosvo.ru>

Федеральный портал «Российское образование» – <http://www.edu.ru/>

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» – <http://window.edu.ru/>

Федеральный центр информационно-образовательных ресурсов – <http://fcior.edu.ru/>

**Электронные библиотечные системы и ресурсы**

Электронно-библиотечная система «Консультант студента» – <http://www.studentlibrary.ru/cgi-bin/mb4x>

**Информационный ресурс библиотеки образовательной организации**

Научная библиотека имени А. Н. Коняева – <http://biblio.dahluniver.ru/>

**8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Освоение дисциплины предполагает использование академических аудиторий, соответствующих действующим санитарным и противопожарным правилам и нормам.

Прочее: рабочее место преподавателя, оснащенное компьютером с доступом в Интернет.

Программное обеспечение:

Функциональное назначение	Бесплатное программное обеспечение	Ссылки
Офисный пакет	Libre Office 6.3.1	<a href="https://www.libreoffice.org/">https://www.libreoffice.org/</a> <a href="https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice">https://ru.wikipedia.org/wiki/LibreOffice</a>
Операционная система	UBUNTU 19.04	<a href="https://ubuntu.com/">https://ubuntu.com/</a> <a href="https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu">https://ru.wikipedia.org/wiki/Ubuntu</a>
Браузер	Firefox Mozilla	<a href="http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx">http://www.mozilla.org/ru/firefox/fx</a>
Браузер	Opera	<a href="http://www.opera.com">http://www.opera.com</a>
Почтовый клиент	Mozilla Thunderbird	<a href="http://www.mozilla.org/ru/thunderbird">http://www.mozilla.org/ru/thunderbird</a>
Файл-менеджер	Far Manager	<a href="http://www.farmanager.com/download.php">http://www.farmanager.com/download.php</a>
Архиватор	7Zip	<a href="http://www.7-zip.org/">http://www.7-zip.org/</a>
Графический редактор	GIMP (GNU Image Manipulation Program)	<a href="http://www.gimp.org/">http://www.gimp.org/</a> <a href="http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8">http://gimp.ru/viewpage.php?page_id=8</a> <a href="http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP">http://ru.wikipedia.org/wiki/GIMP</a>
Редактор PDF	PDFCreator	<a href="http://www.pdfforge.org/pdfcreator">http://www.pdfforge.org/pdfcreator</a>
Аудиоплеер	VLC	<a href="http://www.videolan.org/vlc/">http://www.videolan.org/vlc/</a>